

一种基于三正交约束的摄像机标定方法

任 亮, 邱天爽

(大连理工大学电子信息与电气工程学部, 辽宁大连 116024)

摘 要: 提出一种基于三正交约束的摄像机标定方法. 设定摄像机坐标系为世界坐标系, 标定摄像机内参数中的 5 个未知量和 1 个投影缩放因子, 设计一种由 7 个空间点组成的标定模板, 在不需要已知标定模板线段长度的情况下, 仅需要 2 幅以上不同姿态标定模板的图像即可根据三正交关系建立约束方程组, 通过矩阵特征值分解, 求得摄像机内参数的解析解. 对同一个摄像机进行对比实验, 本文标定结果与平面经典法标定结果的相对误差仅为 1.3% 左右, 且仿真数据实验和真实图像实验的结果表明, 该算法具有较高的标定精度和鲁棒性.

关键词: 摄像机标定; 投影方程; 正交约束; 封闭解

中图分类号: TP391.4 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2014)10-2050-05

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn>

DOI: 10.3969/j.issn.0372-2112.2014.10.028

Camera Calibration Method Based on Three Orthogonal Constraints

REN Liang, QIU Tian-shuang

(Faculty of Electronic Information and Electrical Engineering, Dalian University of Technology, Dalian, Liaoning 116024, China)

Abstract: A camera calibration method based on three orthogonal constraints was presented for determining intrinsic parameters. Camera coordinate system was set as world coordinate system, so only 5 camera intrinsic parameters and 1 projection scale factor need to be solved. A calibration pattern containing 7 spatial points was developed which can be moved and rotated in the camera's field of view. At least 2 images were captured to set up constraint equations. Thus, camera intrinsic parameters can be solved in the closed-form solution based on matrix eigenvalue decomposition. In calibrating the same camera, the method performed the same as the classical plane-based calibration method, relative difference is about 1.3%. Experiments with both synthetic and real data show that our method has high accuracy and is robust.

Key words: Camera calibration; projection equation; orthogonal constraint; closed-form solution

1 引言

摄像机标定是求解摄像机投影矩阵的过程, 是由图像二维信息重建空间三维信息的必要步骤和重要环节, 已成功应用于计算机辅助手术导航^[1]、人眼视觉跟踪^[2,3]、物体跟踪检测^[4~6]等领域.

摄像机标定方法可以分为: 传统标定方法^[7,8], 主动视觉标定方法^[9]和自标定方法^[10~12]. 主动视觉标定方法将摄像机固定在云台等机械机构上, 精确控制摄像机的旋转和平移运动, 标定精度高, 但设备复杂, 标定时间长, 不适用于摄像机运动未知和无法控制的场合; 自标定方法仅依靠场景中多幅图像之间的对应关系计算出摄像机参数, 灵活方便, 但属于非线性标定, 鲁棒性不高; 传统标定方法利用几何约束已知的标定模板计算摄像机参数, 设备简便, 精度高, 是最常用的方法, 但特定

的传统标定方法存在各自的不足.

其中, 文献[7]提出一种基于一维标定模板的摄像机标定方法, 该一维标定模板是一条长度已知, 一端固定不动的线段, 需要至少 6 幅标定图像完成标定, 该方法将摄像机坐标系设为世界坐标系, 投影矩阵仅包含摄像机内参数, 简化了标定, 但是该方法限制标定模板一端固定不动, 绕其旋转至少 6 次, 这样会存在计算冗余. 文献[8]提出一种基于二维棋盘格标定模板的摄像机标定方法, 是目前较为经典的摄像机标定方法, 但是当棋盘格点数较多时需要长时间的特征点匹配, 且需要较大的标定空间.

本文提出一种基于三正交约束的摄像机标定方法, 标定模板由三条正交相交的线段构成, 不需要已知线段长度, 且标定模板可以在摄像机视野内任意移动和旋转. 实验表明, 本文方法仅需要 2 幅以上标定图像即可

完成标定,是文献[7]所需标定图像数量的 1/3,且本文方法的标定精度与文献[8]基本一致,具有较高的鲁棒性.

2 摄像机模型

根据小孔摄像机成像模型^[13],式(1)描述了将空间点的三维坐标 $M = (X, Y, Z, 1)^T$ 投影为对应图像二维坐标 $m = (u, v, 1)^T$ 的过程.

$$sm = s \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = K [R \quad t] M$$

$$= \begin{bmatrix} \alpha & \gamma & u_0 \\ 0 & \beta & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} [R \quad t] \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

其中 s 是投影缩放因子,矩阵 $K(\alpha, \beta, u_0, v_0, \gamma)$ 只与摄像机内部结构有关,称为摄像机内参数,矩阵 R 和 t 分别是摄像机相对于世界坐标系的旋转和平移矩阵,合称为摄像机外参数.不失一般性,将摄像机坐标系设为世界坐标系,则有 $R = I, t = 0$.这时,式(1)可以简写为式(2):

$$sm = KM \quad (2)$$

本文在式(2)基础上提出标定模板和算法.

3 三正交约束摄像机标定方法

3.1 标定模板

标定模板示意图如图 1 所示.标定模板由空间点 $O, A_1, B_1, A_2, B_2, A_3, B_3$ 构成,投影到图像中的二维坐标分别是 $o, a_1, b_1, a_2, b_2, a_3, b_3$,且 $OA_1 \perp OA_2, OA_1 \perp OA_3, OA_2 \perp OA_3, B_1, B_2, B_3$ 分别是线段 OA_1, OA_2, OA_3 上的点.

线段 OA_1, OA_2, OA_3 互相正交相交可知

$$(A_i - O)^T \cdot (A_j - O) = 0 \quad (3)$$

其中 $i \neq j, i = 1, 2, 3; j = 1, 2, 3$.

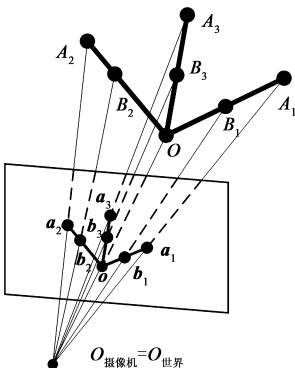


图1 三正交约束标定模板示意图

三点共线可知,存在非负实数 λ_o 和 λ_{A_i} 使得

$$B_i = \lambda_o O + \lambda_{A_i} A_i \quad (4)$$

其中 $\lambda_o + \lambda_{A_i} = 1, i = 1, 2, 3$. O, A_i, B_i 分别表示空间点 O, A_i, B_i 的三维坐标.

3.2 标定算法

根据式(1)可知

$$s_o o = K O \quad (5)$$

$$s_{A_i} a_i = K A_i, \quad i = 1, 2, 3 \quad (6)$$

$$s_{B_i} b_i = K B_i, \quad i = 1, 2, 3 \quad (7)$$

其中 s_o, s_{A_i}, s_{B_i} 分别是空间点 O, A_i, B_i 对应的投影缩放因子.

将式(5)~(7)代入式(4)可得

$$K^{-1} \cdot s_{B_i} b_i = \lambda_o K^{-1} \cdot s_o o + \lambda_{A_i} K^{-1} \cdot s_{A_i} a_i \quad (8)$$

其中 $i = 1, 2, 3$.

将式(8)两边同时消除 K^{-1} ,外积右乘 b_i ,特殊设定 $\lambda_o = \lambda_{A_i} = 0.5$,即 B_1, B_2, B_3 分别是线段 OA_1, OA_2, OA_3 的中点,可得

$$s_{A_i} = -s_o \frac{(o \times b_i) \cdot (a_i \times b_i)}{(a_i \times b_i) \cdot (a_i \times b_i)} \quad (9)$$

其中 $i = 1, 2, 3$.

这时,将式(5)~(7)和(9)代入式(3),可得

$$\begin{aligned} & (A_i - O)^T \cdot (A_j - O) \\ &= (K^{-1} \cdot s_{A_i} a_i - K^{-1} \cdot s_o o)^T \cdot (K^{-1} \cdot s_{A_j} a_j - K^{-1} \cdot s_o o) \\ &= s_o^2 h_i^T K^{-T} K^{-1} h_j = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

$$K^{-T} = (K^{-1})^T = (K^T)^{-1}, h_i = o + \frac{(o \times b_i) \cdot (a_i \times b_i)}{(a_i \times b_i) \cdot (a_i \times b_i)} a_i, \quad i \neq j, i = 1, 2, 3; j = 1, 2, 3.$$

式(10)包含摄像机内参数矩阵 $K(\alpha, \beta, u_0, v_0, \gamma)$ 的 5 个未知量和线段 OA_1, OA_2, OA_3 的垂足交点 O 的投影缩放因子 s_o ,共有 6 个未知量.每幅标定图像可得到包含这 6 个未知量的 3 个约束方程,因此理论上采集 2 幅标定图像即可得到 6 个约束方程求解出摄像机内参数和 $s_o, K^{-T} K^{-1}$ 描述的是绝对二次曲线投影 (Image of Absolute Conic, IAC)^[14].

3.3 求解摄像机内参数

可知 $K^{-T} K^{-1}$ 是对称矩阵,令

$$D = K^{-T} K^{-1} = \begin{bmatrix} d_1 & d_2 & d_3 \\ d_2 & d_4 & d_5 \\ d_3 & d_5 & d_6 \end{bmatrix}$$

$$d = [d_1, d_2, d_3, d_4, d_5, d_6]^T$$

另外,根据式(10)中元素展开相乘的规律,令

$$h_i = [h_{i1}, h_{i2}, h_{i3}]$$

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_{ij} = & [h_{i1}h_{j1}, h_{i1}h_{j2} + h_{i2}h_{j1}, h_{i1}h_{j3} \\ & + h_{i3}h_{j1}, h_{i2}h_{j2}, h_{i2}h_{j3} \\ & + h_{i3}h_{j2}, h_{i3}h_{j3}] \end{aligned}$$

这样,令 $\mathbf{p} = s_0^{-2} \mathbf{d}$, 可以将式(10)改写为

$$\mathbf{v}_{ij} s_0^2 \mathbf{d} = \mathbf{v}_{ij} \mathbf{p} = 0 \quad (11)$$

其中 $i \neq j, i = 1, 2, 3; j = 1, 2, 3$.

式(11)是1幅标定图像得到的3个约束方程,当采集 N 幅($N \geq 2$)标定图像时,将这些约束方程联立为 \mathbf{V}

$= [\mathbf{v}_{1,ij}; \mathbf{v}_{2,ij}; \mathbf{v}_{3,ij}; \dots; \mathbf{v}_{N,ij}]$, 得方程组

$$\mathbf{V} \mathbf{p} = \mathbf{0} \quad (12)$$

其中 $\mathbf{p} = [p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6]^T$.

式(12)两边同时左乘 $(\mathbf{V} \mathbf{p})^T$, 有

$$(\mathbf{V} \mathbf{p})^T \mathbf{V} \mathbf{p} = \mathbf{p}^T \mathbf{V}^T \mathbf{V} \mathbf{p} = 0 \quad (13)$$

满足式(13)的最小二乘解是对称矩阵 $\mathbf{V}^T \mathbf{V}$ 的最小特征值对应的特征向量,相应的可以根据式(14)求解出摄像机内参数:

$$\begin{cases} v_0 = (p_2 p_3 - p_1 p_5) / (p_1 p_4 - p_2^2) \\ s_0 = \sqrt{p_6 - [p_3^2 + v_0(p_2 p_3 - p_1 p_5)] / p_1} \\ \alpha = s_0 \sqrt{1/p_1} \\ \beta = s_0 \sqrt{p_1 / (p_1 p_4 - p_2^2)} \\ \gamma = -p_2 \alpha^2 \beta / s_0^2 \\ u_0 = \gamma v_0 / \beta - p_3 \alpha^2 / s_0^2 \end{cases} \quad (14)$$

4 实验结果与分析

4.1 仿真数据实验

仿真实验中,设摄像机内参数 $\alpha = 1000, \beta = 1000, u_0 = 512, v_0 = 384, \gamma = 0$, 图像分辨率为 $1024 \text{ pixel} \times 768 \text{ pixel}$, 三正交的线段 OA_1, OA_2, OA_3 长度均为 30 cm , B_1, B_2, B_3 分别是线段 OA_1, OA_2, OA_3 的中点. 标定模板在摄像机视野内做平移和旋转运动.

在 $X \in [0, 10], Y \in [0, 35], Z = 150$ 范围内随机生成空间点 O 的三维坐标 $\mathbf{O} = [X, Y, Z]^T$, 单位为 cm . 设球坐标系方位角 $\phi \in [\pi, 2\pi]$, 俯仰角 $\theta \in [1/6\pi, 5/6\pi]$, 按式(15)随机生成空间点 A_1 的三维坐标.

$$\mathbf{A}_1 = \mathbf{O} + 30[\sin(\theta)\cos(\phi), \sin(\theta)\sin(\phi), \cos(\theta)]^T \quad (15)$$

根据正交关系,按式(16)、(17)分别随机生成空间点 A_2, A_3 的三维坐标.

$$\mathbf{A}_2 = \mathbf{O} + 30\left[\sin\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right)\cos(\phi), \sin\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right)\sin(\phi), \cos\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right)\right]^T \quad (16)$$

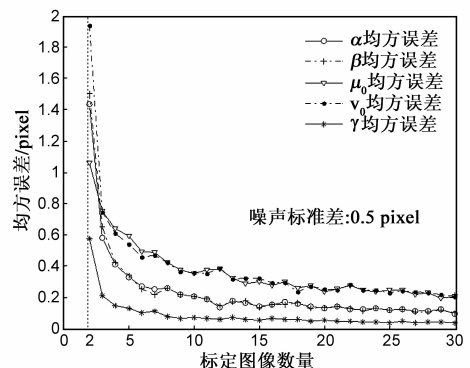
$$\mathbf{A}_3 = \mathbf{O} + (\mathbf{O} \mathbf{A}_1 \times \mathbf{O} \mathbf{A}_2) / 30 \quad (17)$$

其中 $\mathbf{O} \mathbf{A}_1 \times \mathbf{O} \mathbf{A}_2$ 是矢量 $\mathbf{O} \mathbf{A}_1$ 和 $\mathbf{O} \mathbf{A}_2$ 的矢量外积.

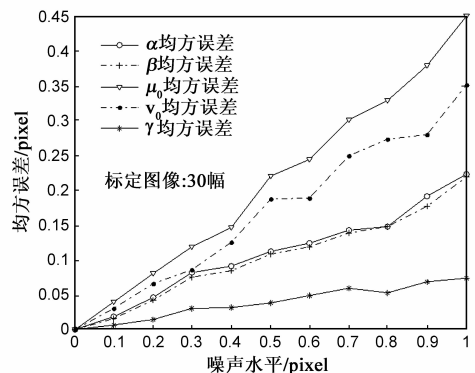
根据式(2)、(4),将空间点 $O, A_1, B_1, A_2, B_2, A_3, B_3$ 投影为图像二维坐标.

为了评价算法的标定精度和鲁棒性,在图像二维坐标 $\mathbf{o}, \mathbf{a}_1, \mathbf{b}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{b}_2, \mathbf{a}_3, \mathbf{b}_3$ 中加入单位为像素(pixel),均值为0,标准差为 σ 的高斯白噪声. 分别考察标定图像数量和噪声水平对标定结果的影响. 标定图像数量2幅到30幅,噪声标准差 $0 \leq \sigma \leq 1$,在不同的标定图像数量和噪声水平下,每组实验重复100次,标定结果如图2所示.

图2(a)曲线说明,在噪声水平一定时,随着标定图像数量的增加,摄像机内参数均方误差逐渐减小趋于零;图2(b)曲线说明,在标定图像数量一定时,随着噪声水平的增加,摄像机内参数均方误差基本成线性增加趋势. 与文献[15,16]中的误差曲线比较,本文标定算法具有较高的标定精度和鲁棒性.



(a) 噪声水平一定时, 标定图像数量对标定结果的影响



(b) 标定图像数量一定时, 噪声水平对标定结果的影响

图2 标定算法的仿真实验结果

4.2 真实图像实验

真实实验中,摄像机分辨率为 $1024 \text{ pixel} \times 768 \text{ pixel}$,将带有线段特征的标识物粘贴在互相垂直的三个平面上,构成如下图3所示的标定模板,其中三正交的线段 OA_1, OA_2, OA_3 长度均为 20 cm , B_1, B_2, B_3 分别是线段 OA_1, OA_2, OA_3 的中点,标定模板在摄像机视野内做平移和旋转运动,共采集30幅标定图像,手动识别图像中的线段交点作为输入数据.

为了验证本文标定算法的有效性 with 准确性,采用文献[8]的经典平面法标定同一个摄像机进行对比.本文标定算法与经典平面法的标定结果和比较如表 1 所示.由表 1 数据可以看出,本文标定算法与经典平面标定方法的相对误差仅在 1.3% 左右,图像水平轴和垂直轴的夹角(由 γ 决定)非常接近 90° ,表明本文算法具有较好的标定结果.

分析产生相对误差的原因:第一是本文的标定模板制作简单,三个互相垂直的平面不是精密加工的,这会带来标定误差;第二是手动识别标定图像特征点时,人工选点的不确定性会带来标定误差.以上两点是产生相对误差的主要原因.

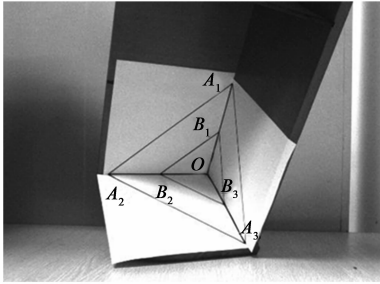


图3 标定图像

表 1 真实图像标定结果

方法	α /pixel	β /pixel	u_0 /pixel	v_0 /pixel	γ
本文方法	1068.81	1068.83	560.48	441.31	-0.0001 (89.99°)
文献[8]	1082.32	1082.77	556.74	435.71	0 (90.00°)
相对误差	1.25%	1.29%	0.67%	1.29%	0.01% (0.01°)

5 结论

针对摄像机标定问题,本文提出一种基于三正交约束的摄像机标定方法.标定过程中,将摄像机坐标系设为世界坐标系,仅需标定摄像机内参数即可,简化了摄像机标定的过程.三正交约束的标定模板利用 3 组正交关系堆叠标定约束方程.在不需要已知模板线段长度,且标定模板可以在摄像机视野内任意移动和旋转的情况下,仅需要 2 幅以上标定图像即可完成标定,操作简便,所需图像数量少.仿真数据实验和真实图像实验的结果表明,本文算法在标定图像数量少,且存在噪声影响的情况下具有较高的精度和鲁棒性.另外,利用多条线段之间的几何约束关系构建的空间结构(如正四面体等)也可以用于本文标定算法标定摄像机.

参考文献

[1] Melo R, Barreto J P, Falcao G. A new solution for camera cali-

bration and real-time image distortion correction in medical endoscopy-initial technical evaluation[J]. IEEE Transactions on Biomedical Engineering, 2012, 59(3): 634 - 644.

[2] Hennessey C A, Lawrence P D. Improving the accuracy and reliability of remote system-calibration-free eye-gaze tracking[J]. IEEE Transactions on Biomedical Engineering, 2009, 56(7): 1891 - 1900.

[3] 张闯,迟健男,张朝晖,等.一种基于立体视觉的视线估计方法[J].电子学报,2010,38(5):1008 - 1013.
Zhang Chuang, Chi Jian-nan, Zhang Chao-hui, et al. A novel gaze estimation method based on stereo vision[J]. Acta Electronica Sinica, 2010, 38(5): 1008 - 1013. (in Chinese)

[4] 刘威,于红绯,杨恒,等.一种新的基于单目视觉的广义障碍物检测方法[J].电子学报,2011,39(8):1793 - 1799.
Liu Wei, Yu Hong-fei, Yang Heng, et al. A new method for generalized obstacle detection based on monocular vision[J]. Acta Electronica Sinica, 2011, 39(8): 1793 - 1799. (in Chinese)

[5] 苏松志,李绍滋,陈淑媛,等.行人检测技术综述[J].电子学报,2012,40(4):814 - 820.
Su Song-zhi, Li Shao-zi, Chen Shu-yuan, et al. A survey on pedestrian detection[J]. Acta Electronica Sinica, 2012, 40(4): 814 - 820. (in Chinese)

[6] 姜明新,王洪玉,王洁,等.基于 ML 和 L2 范数的视频目标跟踪算法[J].电子学报,2013,41(11):2307 - 2313.
Jiang Ming-xin, Wang Hong-yu, Wang Jie, et al. Visual object tracking algorithm based on ML and L2-norm[J]. Acta Electronica Sinica, 2013, 41(11): 2307 - 2313. (in Chinese)

[7] Zhang Z Y. Camera calibration with one-dimensional objects[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2004, 26(7): 892 - 899.

[8] Zhang Z Y. A flexible new technique for camera calibration[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2000, 22(11): 1330 - 1334.

[9] Ji Q, Dai S T. Self-calibration of a rotating camera with a translational offset[J]. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 2004, 20(1): 1 - 14.

[10] 全红艳,张田文.一种新的利用模板进行摄像机自标定的方法[J].电子学报,2005,33(11):1941 - 1945.
Quan Hong-yan, Zhang Tian-wen. A new camera self-calibration method using template[J]. Acta Electronica Sinica, 2005, 33(11): 1941 - 1945. (in Chinese)

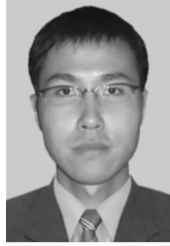
[11] 刘侍刚,吴成柯,唐丽,等.一种基于线性迭代自标定方法[J].电子学报,2004,32(10):1716 - 1719.
Liu Shi-gang, Wu Cheng-ke, Tang Li, et al. A new self-calibration algorithm based on linear iteration[J]. Acta Electronica Sinica, 2004, 32(10): 1716 - 1719. (in Chinese)

[12] 陈京,袁保宗,苗振江,等.多视点中固定焦距值的全局优化求解[J].电子学报,2012,40(9):1893 - 1899.

Chen Jing, Yuan Bao-zong, Miao Zhen-jiang, et al. Global optimal estimate of constant focal length for self-calibration from multiple views[J]. Acta Electronica Sinica, 2012, 40(9): 1893 – 1899. (in Chinese)

- [13] Hartley R, Zisserman A. Multiple View Geometry in Computer Vision (Second Edition)[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2004. 153 – 176.
- [14] Ying X H, Zha H B. Geometric interpretations of the relation between the image of the absolute conic and sphere images [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2006, 28(12): 2031 – 2036.
- [15] Zhao Z J, Liu Y C, Zhang Z Y. Camera calibration with three noncollinear points under special motions[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2008, 17(12): 2393 – 2402.
- [16] Miyagawa I, Arai H, Koike H. Simple camera calibration from a single image using five points on two orthogonal 1-D objects [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2010, 19(6): 1528 – 1538.

作者简介



任亮男, 1987年2月生于辽宁省抚顺市. 2010年和2013年在大连理工大学电子信息与电气工程学部分别获工学学士和工学硕士学位, 现从事医学信号和CT图像处理等研究工作.

E-mail: renliang@mail.dlut.edu.cn



邱天爽(通讯作者)男, 1954年8月出生于辽宁省抚顺市. 大连理工大学电子信息与电气工程学部教授、博士生导师, 主要从事信号信息处理方面的教学与研究工作, 在国内外学术期刊与会议发表论文约180篇, 曾获国家教育部科学技术二等奖等多项科技奖励.

E-mail: qiu tsh@dlut.edu.cn